Capítulo 18
El ábaco

Con el vocablo «ábaco» han sido designados tres instrumentos de cálculo no muy semejantes. El más antiguo y simple, del que se sirvieron muchas culturas antiguas, y entre ellas la griega, no era más que un tablero espolvoreado con una capa de arena oscura, donde se podían trazar con el dedo o un estilete cifras y figuras geométricas. Se cuenta que Arquímedes estaba ayudándose en sus cálculos con una de estas «pizarras de arena» cuando fue muerto por un soldado romano. La palabra griega *abax*, que expresa la idea general de tablero liso o mesa sin patas, pudiera proceder de *abaq*, palabra hebrea que significaba polvo.

Un segundo tipo de ábacos, conocido ya desde el siglo cuarto A. C., y que todavía permanecía en uso durante el Renacimiento, era el tablero de recuento. Se trataba de un auténtico utensilio de cálculo, un computador digital tan genuino como la regla de cálculo lo es en lo analógico. El tablero estaba grabado con líneas paralelas que representaban los lugares de valor relativo de un sistema de numeración, por lo común, de base diez. Estas líneas podían estar trazadas sobre pergamino, esculpidas en mármol, vaciadas en madera e incluso bordadas en paño. Desplazando adelante y atrás sobre las líneas cuentas sueltas podían ejecutarse cálculos sencillos. Los griegos llamaban *abakion* a este tipo de instrumento, y los romanos, *abacus*. Las cuentas utilizadas eran piedrecitas redondeadas que se iban moviendo por los surcos; la palabra latina *calculus*, piedrecita, es por ello madre de nuestros «cálculo» y «calcular». Varias figuras, una de ellas sobre un ánfora griega, muestran cómo se usaba la tabla de recuento. Tan sólo una tabla de recuento griega ha llegado a nuestros días: un rectángulo de mármol de unos 12 por 15 centímetros, descubierto en la isla de Salamis. Durante la Edad Media se usaron, en cambio, tableros divididos en escaques.

El utensilio que hoy conocemos por ábaco es, fundamentalmente, una tabla de recuento modificada, donde las cuentas están ensartadas en alambres o varillas, o alojadas en ranuras. Se desconoce su origen. Los antiguos griegos no llegaron probablemente a conocer este instrumento; las primeras referencias a él se encuentran en textos latinos. Las cuentas, que los romanos llamaban *claviculi* (clavillos), se deslizaban por surcos, hacia arriba y hacia abajo. Los romanos conocieron varias versiones del artefacto. Particularmente interesante es un pequeño ábaco de bronce que se usó en Italia nada menos que en el siglo XVII, y es interesante porque en su estructura fundamental es idéntico al ábaco japonés de nuestros días. Cada uno de sus surcos verticales representa una potencia de 10, sucesivamente crecientes de derecha a izquierda. En cada surco, cuatro cuentas situadas bajo una línea horizontal sirven para expresar múltiplos del valor del surco, mientras una quinta cuenta, situada sobre la línea, denota cinco veces tal valor.

Tropezamos aquí con una curiosa situación, que ya puso de relieve el matemático alemán Karl Menninger en su libro *Number Words and Number Symbols*. Durante más de quince siglos, los griegos y romanos primero, y los europeos de la Edad Media después se valieron en sus cálculos de dispositivos genuinamente fundados en el principio de valor relativo, en los que el cero estaba representado mediante un surco o línea vacío, o por una posición vacía dentro de la línea o surco. Pese a lo cual, cuando estas mismas gentes tenían que calcular sin auxilios mecánicos, utilizaban incómodos sistemas de notación, no inspirados en el valor relativo de las cifras según su posición, y carentes de notación para el cero. Como dice Menninger, hizo falta mucho tiempo para caer en la cuenta de que sin disponer de un símbolo que exprese el hecho de estar vacío uno de los lugares del número es imposible consignar eficientemente números por escrito.

Tal vez la principal razón de que varias culturas sufrieran tan curioso bloqueo mental fuese la dificultad de lograr papiros o pergaminos. Dado que los cálculos se realizaban casi exclusivamente con ábacos, no había gran necesidad de disponer de notaciones escritas eficientes.

El italiano Leonardo de Pisa, más conocido por Fibonacci, fue quien introdujo en Europa la notación indo-arábiga, en 1202 (véase la página 152). Se produjo entonces una cáustica polémica entre los «abaquistas», aferrados a la notación romana para consignar los resultados de sus cálculos, realizados mediante ábacos, y los «algoristas», que desecharon de raíz la notación romana, sustituyéndola enteramente por la muy superior notación indo-arábiga. El vocablo «algorista» procede del nombre de un autor árabe del siglo noveno, al-Khowârizmî, y es antepasado del moderno «algoritmo». (En la Figura 98 vemos un abaquista compitiendo con un algorista. La lámina pertenece a un libro del siglo XVI, *Margarita Philosophica*.)

En algunos lugares de Europa el cálculo por «algorismo» llegó a quedar formalmente prohibido por la ley, y tenía que realizarse en secreto. Hubo oposición incluso en algunos países de influencia árabe. La nueva notación no llegó a imponerse por completo hasta el siglo XVI, cuando pudo disponerse de papel en abundancia.

Poco después, la imprenta se encargó de normalizar las formas de los diez guarismos.

El ábaco fue cayendo gradualmente en desuso en Europa e Inglaterra. Todavía hoy sobreviven algunas reminiscencias, en las cuentas de colores de corralitos infantiles, como ayudas en la enseñanza de la notación decimal en los primeros niveles escolares, o para no perder la cuenta, como en los rosarios o los tableros de puntuación de los billares.

Figura 98. Un "abaquista" (derecha) compite con un "algorista". La estampa es del siglo XVI

En cierto modo, es una lástima que así haya sucedido, porque en estos últimos siglos el cálculo con ábaco ha llegado a convertirse en un verdadero arte en los países de Extremo Oriente y en Rusia. Al manejar el ábaco, el calculista experimenta sensaciones múltiples. Ve deslizarse las cuentas, las oye entrechocar, las palpa, todo a un tiempo. Y, desde luego, ninguna calculadora digital puede ofrecer una fiabilidad tan grande en proporción al mínimo costo de adquisición y mantenimiento del ábaco.

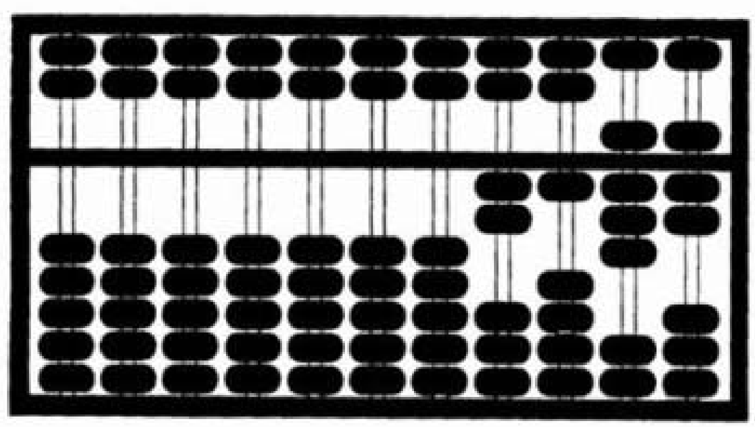

Figura 99. Un suan pan chino, donde vemos el número 2.187

Hay en nuestros días tres tipos de ábaco en uso constante. El «suan pan» chino, también usado en Corea (véase la Figura 99) está formado por cuentas parecidas a rosquillas pequeñas, que se deslizan sin apenas rozamiento a lo largo de varillas de bambú. Cada vástago porta cinco cuentas (unos) por debajo de la barra, y dos más (cincos) por encima.

算

El ideograma chino *suan*, «calcular», ha sido tomado del libro de Menninger; vemos en él un ábaco sostenido por debajo por el ideograma correspondiente a «manos», y adornado por arriba con el símbolo «bambú». Se ignora el origen del *suan pan*. En el siglo XVI se disponía ya de descripciones precisas, pero sin duda el instrumento tiene varios siglos más de antigüedad.

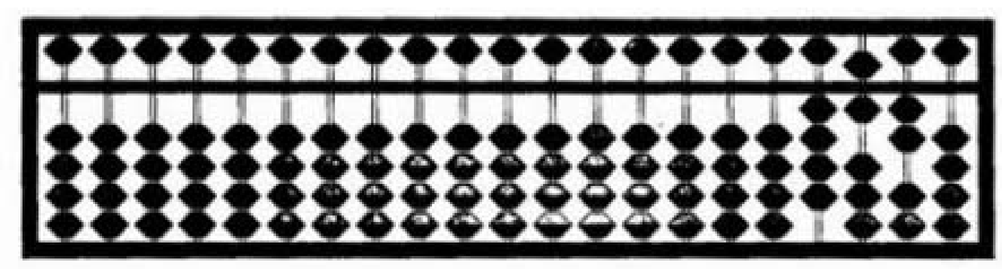

Figura 100. Un soroban japonés moderno, mostrando el número 4.620

El origen del *soroban* japonés (véase la Figura 100) puede remontarse también al siglo XVI, época en que fue traído de China. Sus cuentas tienen probablemente filos vivos; son como dos conos pegados por sus bases. Cada varilla tiene solamente una cuenta por encima de la barra, en la región que los japoneses llaman «cielo», y otras cuatro más por debajo, en la «tierra». (Antiguamente, el instrumento tenía cinco cuentas en la parte inferior de las varillas, lo mismo que su análogo chino, pero la quinta cuenta fue eliminada hacia 1920. Las dos cuentas extra del *suan pan* no son esenciales en el cálculo moderno, y suprimiéndolas se logra un instrumento más sencillo.) Todavía hoy se celebran anualmente en Japón concursos de cálculo con ábaco, y el *soroban* sigue utilizándose en tiendas y pequeños negocios, si bien los bancos y empresas grandes lo han sustituido por modernas calculadoras de mesa.

No han faltado ocasiones de encuentros y justas entre abaquistas japoneses o chinos enfrentados a operadores occidentales de máquinas de cálculo digital. Quizá la ocasión más sonada fue en 1946, en Tokio, cuando el soldado Thomas Wood quedó empatado con Kiyoshi Matsuzaki. El abaquista fue siempre más rápido en todos los cálculos, excepto al multiplicar números muy grandes. Una de las razones que explican la gran velocidad de los abaquistas orientales, es preciso admitirlo, es que ejecutan mentalmente gran parte del trabajo, sirviéndose del ábaco sobre todo para registrar etapas del proceso.

El principal defecto del cálculo con ábacos es la imposibilidad de guardar registro de los cálculos anteriores. De cometerse un error es preciso rehacer el cálculo completo. Para evitarlo, las firmas japonesas solían hacer que tres calculistas resolvieran simultáneamente el mismo problema. Si las tres soluciones coinciden se admiten como buenas, según la regla dada por el Campanero en *The Hunting of the Snark*, de Lewis Carroll: «Lo que tres veces te digo, ha de ser cierto».

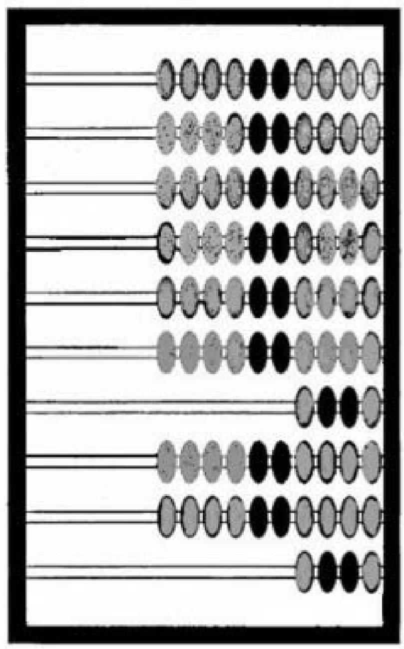

Figura 101. un s'choty ruso

El *s'choty* usado en Rusia (véase la Figura 101) difiere considerablemente de los ábacos orientales. Probablemente los rusos llegaron a conocerlo a través de los árabes; todavía es empleado en ciertas regiones de la India y del Oriente Medio, donde los turcos lo llaman *coulba*, y los armenios, *choreb*. En la Rusia moderna, la situación es casi idéntica a la japonesa: casi todos los tenderos y pequeños comerciantes utilizan ábacos, mientras que en los departamentos de contabilidad de las empresas importantes han sido reemplazados por modernos ordenadores y calculadoras. El *s'choty* está formado por varillas o alambres horizontales, que casi siempre contienen diez cuentas; las dos cuentas centrales son de distinto color para indicar por dónde deben separarse. Las varillas de cuatro cuentas que vemos en la ilustración se usan para fracciones de rublo o kopeck.

En estos últimos años se ha reconocido la gran utilidad del ábaco para enseñar aritmética a los niños ciegos. Se han diseñado ábacos especiales para reducir el rozamiento. Terrance V. Cramer ha diseñado un *soroban* que bajo las cuentas, esféricas, lleva un freno de espuma de goma y fieltro para evitar el desplazamiento de las cuentas por accidente. Puede solicitarse a *The American Pinfing House for the Blind*, 1839 Francfort Avenue, Louisville, Ky, 40206. Esta firma vende también un manual en braille, por Fred Gissoni. Para evitar que las cuentas del *soroban* puedan agruparse involuntariamente, Víctor E. Haas se sirve de la gravedad, colocándolas en arcos de alambre que se curvan en semicírculo, principio que también aplican algunos ábacos rusos, aunque no de forma tan exagerada.

No es demasiado difícil sumar con maestría mediante el ábaco. Los lectores que no tengan tiempo o interés en aprender los movimientos dactilares correspondientes a la sustracción (en el ábaco los movimientos deben ser automáticos; de nada valdría si fuese necesario pararse a pensar cómo ejecutar a la inversa los movimientos de la adición), pueden beneficiarse de un antiguo método de restar con el ábaco mediante adición. En lugar de restar el sustraendo, se suma al minuendo el complemento a 9 de cada cifra del sustraendo. Por ejemplo: deseamos restar 9.213 de 456.789 con un ábaco oriental. Se coloca en ábaco el número 456.789. Mentalmente pondremos dos ceros delante del 9.213, para hacerlo de la misma longitud que el minuendo. Se suman entonces los dígitos por pares, en la forma habitual, pero de izquierda a derecha (y no de derecha a izquierda, como solemos hacer con lápiz y papel) teniendo en cuenta que en lugar de las cifras de 009.213 debemos tomar su diferencia con 9. En resumen, a 456.789 le sumaremos 990.786. Al resultado, 1.447.575, debemos darle un último retoque. Eliminamos la única cuenta de la izquierda, y añadimos una unidad al último dígito del extremo derecho. Se logra así la solución correcta, 447.576. En la práctica este último reajuste se elude no subiendo la cuenta de la izquierda al hacer la primera suma, y pasando una de más en la última. También podemos ahorrarnos añadir ceros extra a la izquierda de un sustraendo pequeño, acordándonos de separar una cuenta, no del extremo izquierdo, sino del primer guarismo situado a la izquierda del número de cifras del sustraendo.

La sustracción por adición de complementos se utiliza en los computadores electrónicos. El método es aplicable a cualquier sistema de numeración, teniendo en cuenta, desde luego, que los complementos deben tomarse con respecto a la base de numeración rebajada en una unidad. Así, en el sistema de base 12 se tomarán complementos respecto de 11. En los ordenadores electrónicos, donde se usa el sistema binario, la complementación es sencilla, pues equivale a cambiar cada 0 por un 1, y cada 1 por 0. Es evidente que pueden construirse ábacos correspondientes a notaciones de cualquier base. Es fácil adaptar los ábacos orientales a ciertas otras bases. Para el cálculo binario se usa únicamente la porción «cielo» del *soroban*. La región «tierra» puede usarse para el sistema de base 5. Análogamente, el *suan pan* puede usarse con sistemas de base 3 ó 6. Para trabajar en base 4, nos quedamos con las tres cuentas situadas bajo la barra central de cualquiera de estos instrumentos. Y para el sistema de base 12 se usará el ábaco chino, asignando a las cuentas situadas sobre la barra no el valor 5, sino el 6.

Hay un excelente ejercicio para practicar la adición con ábaco, relacionado con un viejo truco numérico que a veces recuerdan los maestros de primaria. Se escribe en la pizarra el «número mágico» 12.345.679 (obsérvese que falta el 8). Se le pide a un niño que salga y diga un número de una cifra. Supongamos que se decida por el 7. El profesor escribe entonces 63 bajo el 12.345.679, y le dice al niño que haga la multiplicación. Resulta, esperamos que para regocijo de todos, que el producto está formado exclusivamente por sietes. (Para hallar el multiplicador el maestro multiplica por 9 la cifra elegida por el alumno.)

Para ejercitarnos en el manejo del ábaco con este número mágico, pongamos 12.345.679 en el instrumento, y sumemos el mismo número ocho veces, lo que equivale a multiplicarlo por 9. Si las ocho sumas se han efectuado correctamente, el ábaco mostrará una fila de 1s (cuentas sueltas adosadas a la parte baja de la barra). Sumemos otras nueve veces este número mágico, y obtendremos una hilera de 2s. Nueve adiciones más forman una hilera de 3s, y así sucesivamente, hasta que tras 80 adiciones se logra una hilera de 9s. Este ejercicio hace intervenir todos los movimientos de dedos. Además, es fácil comprobar la exactitud del trabajo en nueve momentos del proceso, y cronometrando cada etapa se puede saber cuánto se va mejorando de día en día.

Hay infinitos otros números mágicos que tienen la misma propiedad que 12.345.679 cuando se los multiplica por el producto de una cierta constante y de un dígito cualquiera. Así, el producto de 37 y 3*d* está formado exclusivamente por *d*s. Por ejemplo, 37 x (3 x 8) = 888. Para 7*d*, el mínimo número mágico es 15.873, para 13*d* es 8.547, y para 99*d* es 1.122.334.455.667.789. No cuesta mucho descubrir nuevos números de este tipo. He aquí una pregunta fácil: ¿cuál es el mínimo número mágico para 170. Con otras palabras, ¿cuál es el número que multiplicado por 17*d*, siendo *d* un dígito cualquiera, da un producto formado exclusivamente por la cifra *d*?

Soluciones

El problema consistía en hallar el mínimo número que multiplicado por 17*d*, siendo *d* un número cualquiera de una sola cifra, da un producto formado exclusivamente por cifras *d*?

Evidentemente, al multiplicar este número por 17 debe obtenerse una hilera de 1s. Por consiguiente, iremos dividiendo 111... entre 17, hasta lograr un resto igual a 0. Así sucede por primera vez cuando el cociente es 65.359.477.124.183, que es la solución del problema. Como al multiplicar este número por 17 resulta 1.111.111.111.111.111, al multiplicar por 17 x 2 = 34 se obtendrá una hilera de 2s, y así sucesivamente para los demás dígitos.

Dado que el decimal periódico 0,111 ... es igual a 1/9 es decir, el inverso de 9, puede demostrarse que todo número entero mágico es el período de un número decimal recíproco del producto de 9 por números impares que no sean múltiplos de 5. En nuestro ejemplo, el número mágico es el período de la expresión decimal de 1/153 recíproco del producto de 9 y 17. Un ejemplo de número mágico no entero es 1,375. Al multiplicarlo por 8*d* el producto estará formado exclusivamente por *d*s, despreciados los ceros situados a la derecha de la coma decimal.