Capítulo 19
Palíndromos numéricos y verbales

De manera general, se llaman «palíndromas» a palabras, frases e incluso grupos de frases que pueden leerse, con idéntico resultado, tanto en el sentido progresivo, de izquierda a derecha, el habitual, como en sentido retrógrado. En España, los números palindrómicos suelen llamarse «capicúas». Los aficionados a charadas y juegos de palabras, así como los numerólogos de todo pelaje, se han interesado desde siempre por la palindromía de todo tipo, seguramente a causa del profundo y semi-insconsciente placer estético que nos causa la peculiar simetría de los palíndromos. Los palíndromos no carecen de homólogos en otros campos: hay melodías que pueden ejecutarse desde el final hacia adelante; hay dibujos y pinturas concebidos con simetría axial; casi todos los animales muestran simetría bilateral, simetría con respecto a un plano, especialmente el hombre (véase la Figura 102).

Figura 102. Un palíndromo visual: la gaviota en vuelo

En este capítulo restringiremos nuestra atención a palíndromos numéricos y verbales, y echaremos un vistazo a algunos recientes progresos en este campo.

Una clásica conjetura sobre palíndromos, de origen desconocido (se encuentran referencias a ella en textos de los años 30) es como sigue. Se toma un número entero positivo cualquiera. El número se escribe entonces en orden inverso; los dos números se suman. El proceso se repite con el número suma, obteniéndose entonces una segunda suma, y se prosigue de igual forma hasta lograr un capicúa. La conjetura afirma que tras número finito de adiciones terminará por obtenerse un capicúa. Por ejemplo, 68 genera un capicúa en tres pasos:

$$\begin{array}{rr} & 68 \\ + & 86 \\ \hline & 154 \\ + & 451 \\ \hline & 605 \\ + & 506 \\ \hline & 1.111 \end{array}$$

En el caso de números de dos dígitos, es evidente que si sus cifras suman menos que 100, ya en el primer paso se obtendrá un palíndromo bidígito. Si las cifras del número suman 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 ó 18, se obtienen palíndromos tras 2, 1, 2, 2, 3, 4, 6 y 6 etapas, respectivamente. Mas, como Angela Dunn hace notar en sus *Mathematical Bafflers* (McGraw-Hill, 1964), los números bidigitos cuyas cifras sumen 17 son excepcionales. Únicamente 89 (y su retrógrado, 98) cumplen tal requisito. Y al comenzar por cualquiera de ellos, no se logran capicúas hasta la vigésimo cuarta repetición del proceso, que da 8.813.200.023.188.

Hasta hace poco, la opinión general era que la conjetura resultaría cierta, pese a que nadie había logrado demostrarla. En 1967, Charles W. Trigg, matemático californiano famoso por sus contribuciones a las matemáticas recreativas puso mayor cuidado en el análisis del problema en su articulo «Palindromes by Addition». Trigg descubrió que entre los enteros menores que 10.000 había nada menos que 249 que no generaban palíndromos aún después de ejecutar 100 veces el proceso. El menor de tales números es 196; en 1975, Harry J. Saal realizó en el Centro Científico de Israel 237.310 iteraciones a partir de él, sin presentarse nunca sumas palindrómicas. Actualmente, Trigg opina que la conjetura es falsa. (El número 196 es cuadrado de 14, pero seguramente tal cosa carezca de importancia).

Aparte las 249 excepciones mencionadas, todos los enteros menores que 10.000 producen capicúas en no más de 24 iteraciones, y tan sólo 89 y 98 requieren las 24. De los capicúas así producidos, el mayor es 16.668.488.486.661, que es generado por 6.999 (y su retrógrado), o por 7.998 (y su retrógrado) en 20 pasos.

Hasta ahora, la conjetura no ha sido demostrada en ningún sistema de numeración. Por otra parte, sí se ha demostrado que es falsa cuando la base del sistema sea potencia de 2. (Véase el artículo de Heiko Harborth mencionado en la Bibliografía.) En el sistema binario, el menor de los contraejemplos lo da 10110 (equivalente al 22 del sistema decimal). Tras efectuar cuatro iteraciones, la suma resulta 10110100; tras ocho pasos es de 1011101000, y tras doce, 101111010000. Cada cuatro iteraciones se añade una nueva cifra a la secuencia de dígitos subrayados. En «Palindromes by Addition in Base Two», Alfred Brousseau demuestra que esta pauta asimétrica se repite indefinidamente. Brousseau ha descubierto también otras pautas asimétricas repetitivas en números binarios más grandes.

Existe una pequeña, aunque creciente, literatura sobre propiedades de los números primos palindrómicos, y sobre todo, de conjeturas al respecto. En apariencia existen infinitos números primos de este tipo, mas, que yo sepa, nada se ha demostrado. En cambio, no es difícil probar que todo número primo capicúa, exceptuado el 11, ha de estar formado por número impar de cifras. ¿Logrará probarlo el lector, sin consultar la sección de soluciones del capítulo? Norman T. Gridgeman ha conjeturado que existen infinitos pares de primos emparejados, de la forma 30103, 30203, ó 9.931.399, 9.932.399 donde todas las cifras son idénticas menos las centrales, que difieren en una unidad. La conjetura, curiosa, dista de estar demostrada.

Gustavus J. Simmons ha escrito dos artículos sobre palíndromos que sean potencias de algún número natural. Tras demostrar que la probabilidad de que un número tomado al azar resulte palíndromo tiende hacia 0 conforme aumenta el número de cifras. Simmons entra a estudiar la sucesión de los cuadrados, encontrando en ella mayor riqueza de capicúas que entre los enteros cualesquiera. Hay una infinidad de cuadrados perfectos palindrómicos, que en su mayoría, parece ser, tienen raíces cuadradas también palindrómicas. (La menor de las raíces no palindrómicas es 26.) También los cubos son rico venero de palíndromos. Una inspección computarizada de todos los cubos menores que 2,8 x 1014 hizo ver un hecho en verdad estupefaciente. Entre los examinados por Simmons, el único cubo palindrómico cuya raíz cúbica no es capicúa es 10.662.526.601. Ya Trigg se habla fijado en su raíz cúbica, 2.201, observando en 1961 que 2.201 es el único número no palindrómico que posee cubo capicúa menor que 1.953.125.000.000. Se ignora todavía si 2.201 será el único número entero no capicúa que posea cubo palindrómico.

Con auxilio de ordenador, Simmons estudió también las cuartas potencias, a la caza de capicúas. Su exploración, llevada hasta igual límite que con los cubos, no permitió encontrar un solo ejemplo de cuarta potencia palindrómica cuya base (la raíz cuarta) no fuese también palindrómica y de la forma general 10... 01. Para las potencias de exponentes comprendidos entre 5 y 10, inclusive, el ordenador no descubrió ningún capicúa, salvo el 1, que es trivial. Simmons conjetura que no existirán capicúas de la forma *X*k cuando *k* sea mayor que 4.

Los «repetunos» son números formados exclusivamente por repetición de la cifra 1. Al elevarlos al cuadrado, los repetunos producen capicúas mientras el número de cifras va de 1 a 9, pero a partir de 10 ó más unos, los cuadrados ya no son palindrómicos. Se ha afirmado erróneamente que tan sólo los números primos pueden tener cubo capicúa, mas hay infinitos enteros que prueban la falsedad de tal afirmación, y el menor de ellos es el repetuno 111. Es divisible por 3, y su cubo, 1.367.631, es capicúa. También el número 836 reviste especial interés, por ser el máximo entero de tres cifras cuyo cuadrado, 698.896, es palindrómico, y al mismo tiempo, ser 698.896 el mínimo de los cuadrados palindrómicos formado por número par de cifras. (A observar también que este número sigue siendo palindrómico al volverlo boca abajo.) Los cuadrados capicúas como éste son de rareza superlativa. El siguiente de los formados por número par de cifras es 637.832.238.736, que es el cuadrado de 798.644.

Echemos ahora un vistazo a los palíndromos verbales. Las palabras capicúas de siete letras, como «RODADOR» o «ANILINA» ya son francamente raras. Los ejemplos más largos que conozco son RECONOCER y, con la licencia de formas verbales compuestas, SALABALAS. La palabra «RADAR» (Radio-detecting and ranging) es un palíndromo notable, por haber sido acuñada con la intención de sugerir la reflexión de las ondas de radio. Dmitri Borgmann, cuyos archivos contienen miles de palabras y frases palíndromas en todos los idiomas, afirma en su libro *Language on Vacation* que la más larga palabra palíndroma conocida es saippuakauppias, que en finés significa «vendedor de jabón».

Entre los nombres propios palindrómicos, topónimos incluidos, ninguno es más largo, según Borgmann, que Wassamassaw, comarca pantanosa situada al norte de Charleston, en Carolina del Norte. Según la leyenda, escribe Borgmann, se trata de una palabra india que significaba «el peor lugar jamás visto». Una panadería, la Yreka Bakery, opera desde hace tiempo en la West Miner Street de Yreka, Calif. El antiguo primer ministro camboyano, Lon Nol, tenía nombre capicúa, lo mismo que U Nu, ex-primer ministro de Birmania. Revilo P. Oliver es un profesor de clásicas de la Universidad de Illinois que tiene igual nombre que su padre y su abuelo; según parece, el nombre fue compuesto con la intención de lograr que su filiación fuese palíndroma. Ignoro si existen personas con señas de identidad más largas, aunque Borgmann sugiere posibilidades como Norah Sara Sharon, Edna Lala Lalande, Duane Rollo Renaud, Anabel Ebana, y muchas más.

Existen en todos los idiomas centenares de excelentes frases palindrómicas. El lector interesado puede hallar buenas colecciones en el libro de Borgmann ya citado, y también en el de Howard Bergerson. Por mi parte, he dado algunos ejemplos en un capitulo sobre juegos de palabras de mi «¡Ajá!» (Editorial Labor). Para los insomnes, una buena forma de ir haciendo pasar las horas de vigilia puede ser la composición de palíndromos. Me limitaré aquí a mencionar un palíndromo poco conocido, pese a que su longitud y naturalidad lo hacen verdaderamente notable: «Doe, note, I dissent. A fast never prevents a fatness. I diet on cod.» («Mira, viejo, no estoy de acuerdo. El ayuno nunca consigue evitar la gordura. Yo hago dieta de bacalao»). Esta verdadera proeza le valió un premio a James Michie en un concurso de palíndromos patrocinado por el *New Statesman*; los resultados se publicaron en el número de 5 de mayo de 1967. Muchos de los palíndromos premiados eran mucho más largos que el de Michie, pero como suele ocurrir, los palíndromos largos son invariablemente difíciles de descifrar. (El traductor se permite citar aquí tres palíndromos en castellano. El famoso «Dábale arroz a la zorra el abad» figura en muchos diccionarios. Breve, aunque muy natural, es «Anita lava la tina». Por fin, uno debido al escritor Julio Cortázar: «Anás usó tu auto, Susana».)

Para hacer más verosímiles e inteligibles sus palíndromos largos, los especialistas se han valido de diversos recursos, corno presentarlos en forma telegráfica, como mitades de conversaciones telefónicas, etc. Leigh Mercer, uno de los más destacados palindromistas ingleses (es inventor del famoso «A man, a plan, a canal, Panama!») ha sugerido un procedimiento para escribir palíndromos de longitud tan grande corno se quiera. La frase de Mercer tiene la forma «"------" sides reversed, is "-----"», que en castellano quedaría (algo lisiada): «"-----" al revés se verá "-----"». El primer espacio en blanco puede ser cualquier sucesión de letras, de longitud arbitraria, que en el segundo hueco deberemos copiar en sentido inverso.

Aunque excepcionalmente raros, hay algunos buenos palíndromos basados en nombres de presidentes. Borgmann cita entre los mejores, por su tersura y brevedad, el incisivo «Taft: fat!». El nombre de Richard Nixon se presta a «No "*x*" in "Mr. R. M. Nixon"», aunque la frase es un poco artificial. Otra versión simplificada, con mayúsculas, NO X IN NIXON [1], no sólo es palindrómica, sino invertible.

En inglés, «God» significa Dios, y su retrógrada, «dog», perro. Este hecho ha sido útil para muchos palíndromos, y sorprendentemente, también ha sido empleado en psicoanálisis ortodoxo . En *Freuds Contribution to Psychiatry*, A. A. Brill cita un análisis bastante traído por el rabo, que Carl Jung y otros realizaron sobre un paciente que sufría de una especie de tic que le inducía a levantar compulsivamente los brazos. Los psicoanalistas llegaron finalmente a la conclusión de que el tic tuvo origen en una desagradable experiencia visual relacionada con perros. A causa de la simetría «dog»-«god», y en vista de las convicciones religiosas del paciente, su «id» había llegado a provocar el gesto, que simbolizaba la repulsión y rechazo del maligno «dog-god».

Una especialidad del británico J. A. Lindon, otro gran especialista en palíndromos, son frases capicúas cuyas unidades no son letras, sino palabras. He aquí dos espléndidos ejemplos entresacados entre los muchos que Lindon ha construido.

«You can cage a swallow, can't you, but you can't swallow a cage, can you?» (Podemos enjaular una golondrina, verdad, pero no podemos tragarnos una jaula, no es cierto?).

«Girl, bathing on Bikini, eyeing boy, finds boy eyeing bikini on bathing girl». (Bañándose, chica en Bikini, al mirar chico, ve chico mirar al bikini de chica bañándose.)

Se han hecho muchos intentos de componer poemas palindrómicos cuyas unidades fuesen letras, pero sin excepción todos son difíciles de comprender, faltos de rima y carentes de valores poéticos. Han podido lograrse poemas algo mejores tomando como palíndromos sólo los versos del poema, y no el poema completo, o usando como unidades de inversión no letras, sino palabras. Lindon ha escrito no pocos de estos tipos. Un tercer tipo de palíndromo, inventado por él, se vale de los versos como unidades. El poema puede leerse de arriba a abajo o de abajo a arriba, los versos se leen del modo ordinario. Como es

[1] Puede traducirse por «En Nixon no hay incógnítas».

evidente, puede ser necesario alterar la puntuación de las frases. El siguiente es uno de los mejores trabajos de Lindon en esta faceta:

As I was passing near the jail
I met a man, but hurried by.
His face was ghastly, grimly pale.
He had a gun. I wondered why
He had. A gun? I wondered... why,
His face was ghastly! Grimly pale,
I met a man, but hurried by,
As I was passing near the jail.

(Yendo yo junto a la cárcel
Me tropecé con un tipo; apuré el paso.
Su rostro era atroz, pálido como un cadáver.
Tenía un revólver. Me pregunté por qué
Lo tenía. ¿Un revólver?, me pregunté... ¿Por qué?
Su rostro era ¡atroz! Pálido como un cadáver
Me tropecé con un tipo; apuré el paso
Yendo yo junto a la cárcel.)

Lindon posee también el record de la palabra más larga que jamás haya podido introducirse en una frase palíndroma letra por letra. Para comprender el palíndromo es necesario saber que Beryl tiene un marido amante de corretear por el jardín de su casa sin ninguna ropa encima. Ned le pregunta si lo hace para fastidiar a su esposa. He aquí la respuesta: «Named undenominationally rebel, I rile Beryl? La, no! I tan. I'm. O Ned, nude, man.I». (¿Rebelde descreído yo? ¿Molestar a Beryl? ¡Ned, muchacho, estoy desnudo para broncearme!)

Apéndice

A. Ross Ecker, redactor y editor de *Word Ways*, revista trimestral dedicada a juegos de palabras donde han sido publicados docenas de artículos sobre toda especie de palíndromos, me escribió diciendo que quizás el «vacío palindrómico» entre el inglés y otros idiomas no fuera tan grande como pudiera temerse. Así, la palabra *semitime* (que figura en el *Websters Second*) puede pluralizarse, y dar un palíndromo de 9 letras. En el *Webster's Third* figura «kinnikinnik». Además, decía Eckler, ya Dmitri Borgmann ha hecho notar en *Word Ways* que la consulta de varios diccionarios no había permitido encontrar palabras palindrómicas tan largas como la finesa «vendedor de jabón», lo que hacía pensar que se trata de palabras artificialmente construidas.

Entre las ciudades y villas norteamericanas con nombres palindrómicos, Borgmann dio con Okonoko (en Virginia Occidental). Admitiendo que la abreviatura del estado forme parte del palíndromo, tendremos Apollo, Pa., y Adaven, Nevada. Algunas ciudades de EE.UU., proseguía Ecker, tienen deliberadamente nombres retrógrados uno de otro, como Orestod y Dotsero, en Eagle County, Colorado o Colver y Revloc, en Cambria County, Pennsylvania. Nova y Avon, añadía Eckier son ciudades de Ohio que forman par retrógrado, pero no premeditado.

George L. Hart III envió la carta siguiente, publicada en *Scientific American* en noviembre de 1970:

Señores:

Con respecto a su articulo sobre palíndromos, me gustaría ofrecer un ejemplo del que en mi opinión es el más exquisito y complejo tipo de palíndromos jamás inventados. Fue ideado por los estetas sánscritos, quienes lo denominaron *sarvalobhadra*, esto es, «perfecto en todas direcciones. El más famoso modelo lo encontramos en el poema épico titulado *Sisupálavadha*.

sa, kä – ra – nä –nä, ra, kä , sa –
kä, ya, sä, da, da, sä, ya – kä
ra – sä – ha, vä – vä – ha – sä – ra
nä, da, vä, da, da, vä, da, nä.
(nä da vä da da vä da nä
ra sä ha vä vä ha sä ra
kä ya sä da da sä ya kä
sa kä ra nä nä ra kä sa)

Los guiones se usan para indicar que la sílaba consecutiva pertenece a la misma palabra. Los últimos cuatro versos son retrógrados de los cuatro primeros, y aunque no forman parte del poema, han sido añadidos para más resaltar sus propiedades. La estrofa es descripción de un ejército, y significa más o menos: «(ese ejército), que ansiaba la batalla (rasähavä) contenía aliados que echaron abajo los agüeros y el trote de los caballos de sus diversos rivales enemigos (sakäranänärakäsakäyasädadasäyakä), y en él, los gritos de las mejores monturas contendían con los instrumentos musicales (vähasäranädavädadavadana)».

Dos lectores me hicieron llegar la triste noticia de que la Yreka Bakery ha desaparecido ya. Empero, en 1970 su razón social estaba ocupada por la Yrella Gallery; uno de los lectores adjuntó una fotografía Polaroid del escaparate de la galería, para demostrarlo. Ignoro si la galería sigue allí o no.

Soluciones

Se les pedía a los lectores demostrar que ningún número primo, salvo el 11, podía ser palindrómico y tener número par de dígitos. La demostración se apoya en un conocido criterio de divisibilidad por 11 (que no demostraremos aquí), a saber, que si la diferencia entre las cifras de lugar par y la suma de las situadas en lugar impar es cero o múltiplo de 11, entonces el número es múltiplo de 11. Cuando el palíndromo tiene un número par de cifras, para cada cifra de lugar impar hay otra igual situada en lugar par; por consiguiente, la diferencia entre las sumas de ambos grupos tiene que ser igual a 0.

El mismo criterio de divisibilidad es válido en todos los sistemas de numeración cuando el divisor a ensayar es igual a la base del sistema más una unidad. Ello demuestra que ningún palíndromo de número par de dígitos puede ser primo en ningún sistema de numeración, salvo posiblemente el denotado 11. Este número (11) solamente será primo cuando la base del sistema sea igual a un número primo menos una unidad, como sucede en el sistema decimal ordinario.