Capítulo 20
Billetes

Notable variedad de pequeños objetos producidos por el hombre se prestan bien a rompecabezas y trucos, siendo éstos, no pocas veces, de carácter matemático. Vamos a echar ahora una ojeada a ciertos aspectos curiosos del papel moneda.

Los ilusionistas conocen bien un sorprendente truco de papiroflexia, donde solamente se realizan operaciones de simetría, basado en la forma rectangular de los billetes. El «mago» sostiene horizontalmente el billete, sujetándolo por los extremos, con el busto de la figura del anverso cabeza arriba (véase la Figura 103).

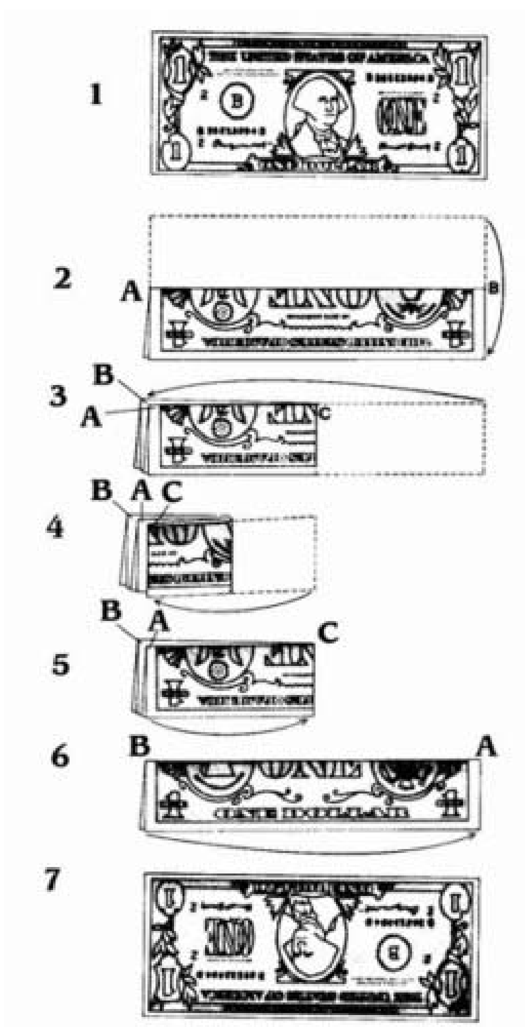

Figura 103. Cómo hacer una bonita inversión con un dólar.

Dobla entonces el billete longitudinalmente por la mitad, después vuelve a doblarlo transversalmente por el centro, hacia la izquierda, y por fin, lo dobla una vez más hacia la izquierda. Hecho ésto desdobla el billete, deshaciendo, a lo que parece, las tres dobleces anteriores. ¡Y ahora el busto ha quedado cabeza abajo! Mas cuando otros intentan repetirlo, la figura se niega obstinadamente a cambiar de posición.

El secreto se encuentra en la segunda doblez. Notemos que al ejecutarla, la mitad derecha queda situada detrás de la mitad izquierda. El tercer pliegue se realiza también hacia la izquierda, pero con la mitad derecha por delante. Al deshacer las dobleces ambas se abren hacia delante, lo que produce el efecto de hacer girar el billete media vuelta en torno a un eje vertical, como podemos ver comparando el billete en los pasos 2 y 6. Incluso comprendiendo lo que sucede, el resultado final produce siempre alguna sorpresa. Es necesario practicar hasta realizar los tres pliegues con soltura y rapidez. En cambio, al desplegar, debemos actuar con lentitud premeditada, mientras anunciamos (los magos tienen el privilegio de mentir con convicción) estar deshaciendo cuidadosamente los pliegues que antes dimos, del último al primero.

Los aficionados al *orígami* (nombre japonés del arte de la papiroflexia) han dedicado mucho tiempo a idear procedimientos para lograr que plegando un billete resulten cosas corno anillos, lazos de pajarita, pavos reales, o conejitos saliendo de un sombrero. Tanto así que sobre el tema han sido publicados dos tratados por la *Ireland Magic Company* de Chicago: *The Folding Money Book*, por Adolfo Cerceda (1963), y *The Folding Money Book Number Two*, por Samuel y Jean Randlett (1968). Los plegados descritos en ambos libros son bastante complejos; empero, he aquí uno sencillo, que propongo a los lectores para que lo descubran por si mismos: ¿cómo dar dos dobleces en un billete de 1 dólar de forma que se vea una imagen lo más perfecta posible de un champiñón?

Todos los billetes portan una clave de identificación, que comúnmente consta de una o más letras y ocho cifras. Evidentemente, estas ocho cifras pueden servirnos para muchos tipos de pasatiempos más o menos matemáticos. Por ejemplo, ¿ha jugado alguna vez el lector al «poker de billetes»? Se juega a dos; cada jugador saca un billete del bolsillo, sin dejar que el contrario vea su numeración. Ambos van declarando por turno poseer «pareja» o jugadas superiores, usando las cifras en lugar de naipes. Ni «escalera» ni «full» son ahora jugadas admisibles; en cambio los grupos de cifras idénticas pueden superar el «poker» (cuatro cifras idénticas). En su turno, cada jugador tiene que optar por mejorar su declaración anterior o abandonar, poniendo el billete cara arriba, sobre la mesa. Es lícito farolear. Cuando se produce un abandono se inspeccionan los números de ambos billetes; el jugador que habló en último lugar tiene derecho a servirse de las cifras de los dos para probar que dispone de la «mano» que anunció. Así, por ejemplo, si este jugador hubiese declarado

«Seis treses» y su billete contuviera dos, sería necesario que el billete del contrario contuviera al menos cuatro treses más. De ser así, nuestro jugador ganaría el billete de su contrario; en otro caso, sería su adversario quien se embolsaría ambos billetes.
Uno de los trucos favoritos de Royal V. Heath, corredor de bolsa y mago aficionado, autor de *Mathemagic* (1933), consistía en pedirle a alguien que sacara un billete de un dólar (sirve lo mismo cualquier otro billete con ocho números de serie) y observase su numeración. Esta persona debe decir en voz alta la suma de las cifras primera y segunda, después, la suma de las segunda y tercera, la suma de tercera y cuarta, y así sucesivamente. Se tienen así siete sumas; para disponer de una octava, la persona debe dar la suma de las cifras segunda y última.
El mago va anotando estas ocho sumas al tiempo de ser declaradas. Y sin necesidad de cálculos escritos, puede dar casi inmediatamente el número de serie del billete en su papel.
El problema consiste en resolver rápidamente un sistema de ocho ecuaciones con ocho incógnitas. La solución de sistemas de este tipo se remonta hasta Diofanto, un matemático alejandrino del siglo III; la primera vez que el problema fue presentado como truco de magia fue en *Problémes Plaisants el Délectables* (1612) por Claude Gaspar Bachet, Problema VII. Hay un método sencillo para calcular el número primitivo. Se suman las sumas segunda, cuarta, sexta y octava; de este total se resta la suma de las primera, tercera, quinta y séptima, y la diferencia resultante se divide por dos. No cuesta mucho realizar mentalmente las operaciones al tiempo que nos dictan las cantidades. Empezando por la segunda suma, estos números se van restando y sumando alternativamente, como vemos en el esquema de la Figura 104.

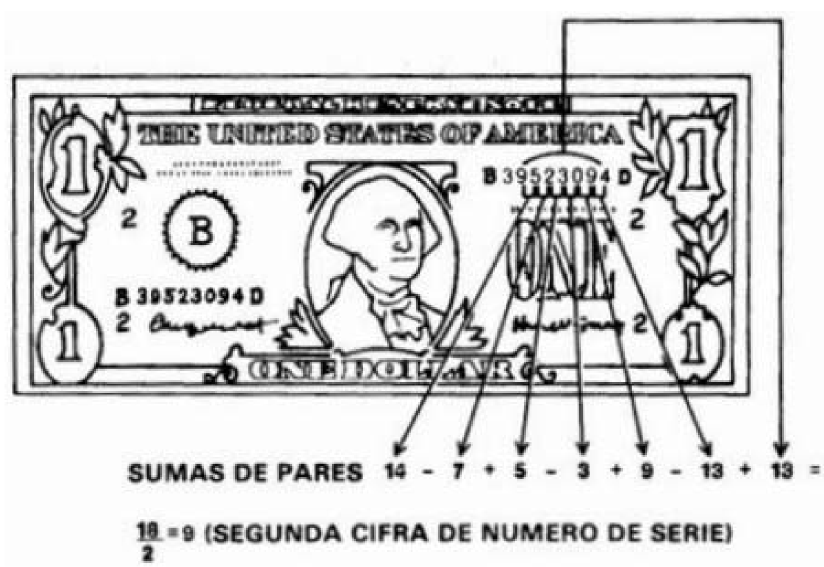

Figura 104. Una vieja fórmula para resolver un truco con un billete de 1 dólar

Al dividir por dos el resultado de las sumas y diferencias se obtiene la segunda cifra del número de serie. En lugar de anunciarlo enseguida, el mago se lo resta a la primera suma, pudiendo ya escribir el primer número de la serie. Ahora es fácil dar ordenadamente todas las cifras del número de identificación. Conocemos la primera y la segunda. Restando la segunda cifra de la segunda suma tendremos la tercera cifra. Restando ésta de la tercera suma sabremos la cuarta cifra, y así sucesivamente.

El truco no está restringido a números de ocho cifras, pudiendo igualmente realizarse sobre cualquier sucesión finita de números reales, positivos o negativos, racionales o irracionales. Cuando el número de términos fuese impar, la última suma a solicitar será la de los términos último y primero. Ahora, en lugar de saltar la primera suma, se parte de ella, restando y sumando alternativamente. Al dividir por dos el último resultado se obtiene el primer (y no el segundo) número de la sucesión primitiva. Supongamos, por ejemplo, que la sucesión esté formada por 100, 27, 2/3, 1, 2456. Las cinco sumas serán 73, 26 1/3, 1/3, 2455, y 2556. Al restarlas y sumarlas alternativamente, se obtiene 200. La mitad de 200 es 100, el primer número de la serie original. (Puede verse un rompecabezas inspirado en todo esto en *A Tangled Tale*, de Lewis Carroll, Knot IV.)

Muchos trucos sobre números de serie se inspiran en la llamada «regla de los nueves», regla que a su vez se debe a que nuestro sistema de numeración está basado en 10. Por ejemplo, pidámosle a una persona que saque un billete, mientras nosotros nos volvemos de espaldas. Hagámosle anotar el número de serie. Le decirnos después que permute las cifras del número a su capricho (es decir, que las escriba en otro orden cualquiera) lo que producirá un segundo número de ocho cifras, y que reste los dos números, el menor del mayor. Todavía de espaldas, le pedimos que tache y suprima una cifra cualquiera, distinta de cero, de la diferencia, y que nos diga después las cifras restantes, en cualquier orden. Inmediatamente sabremos decir qué cifra fue tachada.

El secreto está en que al desordenar las cifras de un número y restar el mayor del menor, la diferencia tiene «raíz digital» igual a 9. Lo veremos mejor con un ejemplo. Supongamos que el número de serie sea 06281377 y que tras permutar las cifras se haya obtenido 87310267. La diferencia es 81028890. La raíz digital de este número se obtiene sumando sus cifras (nada importa en que orden) «módulos 9». Para empezar, despreciamos los 9s. Ocho más 1 más 2 son 11, pero mentalmente sumamos las cifras de 11 y conservamos sólo 2, que es lo mismo que restarle 9 al 11. Se prosigue de esta forma, sumando las cifras de las sumas cuando éstas tengan más de un dígito. El número de una cifra obtenido al final de este proceso es la raíz digital del número dado. Como la diferencia entre números distintos de cifras iguales tiene raíz digital igual a 9, es fácil determinar la cifra suprimida. Basta ir sumando las cifras conforme nos las van dictando, despreciando siempre los nueves. Si el número final fuese 9, nuestro amigo tuvo que tachar un 9. En los demás casos, basta restar de 9 el digito final para conocer la cifra que fue tachada.

Hay otros muchos procesos cuyos resultados tienen raíces digitales iguales a 9. Por ejemplo, nuestro amigo podría sumar las cifras del número de serie, y después restarle a esta suma al número de serie. Puede también sumar las cifras, multiplicar por 8, y sumar el producto al número primitivo. En lugar de anunciar el número suprimido del resultado de ciertas operaciones, nosotros podemos calcular la edad de una persona, pidiéndole que se la sume al resultado y nos vaya diciendo en un orden cualquiera las cifras de la suma. Lo que hacemos es calcular la raíz digital de los números declarados e ir luego sumándole nueves mentalmente hasta alcanzar una edad semejante a la estimada por su aspecto. Supongamos que una dama se avenga a seguir uno cualquiera de los procedimientos que generan números con raíz digital igual a 9. Después, ella suma su edad, y nos dice, en un orden cualquiera, las cifras de la suma. Supongamos que ésta tenga, raíz digital igual a 4. Mentalmente iremos sumando nueves: 4-13-22-31-40-49-. .. eligiendo finalmente la edad que nos parezca más verosímil.

Podemos preparar otro truco basado también en la regla de los nueves. Busquemos un billete cuyo número de serie tenga raíz digital 9, y llevémoslo en la cartera. Le pedimos a un amigo que escriba ocho dígitos al azar, pero antes de que empiece fingimos haber tenido una idea mejor. Sacamos nuestro billete y le decimos que use las cifras de la numeración. Se trata, le explicamos, de un método sencillo y rápido de dar cifras al azar. Nos volvemos de espaldas, para permitir que nuestro amigo desordene las cifras y sume los dos números de ocho guarismos; podemos después servirnos de cualquiera de los trucos ya descritos. En realidad, nuestro «paciente» puede formar tantos números de ocho cifras, permutando el dado, como le apetezca: la suma de todos ellos tendrá siempre raíz digital igual a 9. Puede desordenar y multiplicar por cualquier número: el producto tendrá raíz digital igual a 9. Si nuestro amigo entra en sospecha de nuestro billete e insiste en servirse de uno de los suyos, en lugar de éste haremos cualquiera de los trucos de diferencias antes explicados.

Un poco más difícil de descubrir es la clave del siguiente truco, también con números de serie, debido a Ben B. Braude, y publicado en una revista de ilusionismo de título tan improbable como *The Pailbearers Review* (literalmente, «Revista de los porta féretros»), octubre de 1967, pág. 127; diciembre de 1967, pág. 144. El sujeto anota el número de serie de uno de sus propios billetes, lo vuelve a escribir en orden inverso, y suma ambos números. Tacha una cualquiera de las cifras de la suma, y lee en voz alta la cantidad resultante, diciendo *x* en lugar del número tachado. Supongamos que el número de serie sea 30956714. Nuestra persona empieza sumándolo con su retrógrado, 41765903. Decide tachar la cifra 6, y lee en voz alta: 72722 *x* 17. ¿Sabría el lector cómo calcular el número que falta?

Evidentemente, la finalidad de los números de identificación de los billetes es la prevención de diversos delitos; empero, hay al menos un timo que se basa precisamente en el número de serie del billete. Un individuo, situado en un extremo de la barra de un bar, para crear ambiente se dedica a realizar trucos de ilusionismo a beneficio del personal de servicio y de la parroquia cercana. Tras unos cuantos trucos anuncia que va a realizar el truco más sensacional de cuantos conoce; para eso precisa un billete de 10 dólares. Le pide uno prestado al camarero, y para garantizar que le devolverá precisamente ese billete, le hace anotar su número de serie. El mago hace unos cuantos pliegues en el billete, y finge guardarlo y cerrarlo en un sobre. En realidad, el billete es deslizado por una rendija cortada en el dorso del sobre y escamoteado con la mano. El sobre, cerrado, es quemado en un cenicero, destruyéndose, así se supone, al mismo tiempo el billete que contiene. Mientras el sobre arde, el mago le pasa disimuladamente el billete a un «gancho», al tiempo de encaminarse al otro lado de la barra. El compinche usa el billete para pagar a otro empleado alguna consumición. Una vez quemado el sobre, el mago le dice al camarero que mire en la caja de la registradora, donde descubrirá el billete primitivo. Encontrado el billete, se comprueba el número de serie, y mientras todo el mundo está con la boca abierta los timadores se esfuman, con un beneficio del orden de 9$, más la consumición.

¿Sabía el lector que con un billete de 1 dólar disponemos de una regla graduada? La distancia desde el lado derecho del escudo, debajo del águila, hasta el margen derecho del billete es de una pulgada. La leyenda «United States», situada en lo alto de la cara verde, tiene dos pulgadas de longitud. El rectángulo que contiene las palabras «Federal Reserve Note», en lo alto del anverso del billete tiene tres pulgadas de longitud. El propio billete excede en tres dieciseisavos las seis pulgadas, por lo que eliminando un margen nos acercaremos mucho a seis pulgadas exactas.

Terminaré con una serie de charadas, todas relativas a billetes de 1 dólar, si no se dice otra cosa.

1, El numeral 1 aparece en 10 lugares del billete, sin contar los números de serie, que cambian de un billete a otro, pero sí contando el 1 que encabeza el año de la serie y la cifra romana 1 situada bajo la pirámide. ¿Cuántas veces aparece una palabra que represente 1?

2. ¿Cuántas veces aparece la palabra ten (diez) en un billete de 10$?

3. Descubra dónde se encuentra la cifra 1776 en un billete de un dólar.

4. Descubra en el billete la figura de una llave.

5. Descubra una palabra que sea anagrama de «poetics».

6. Descubra una palabra que sea anagrama de «a night show».

7. Encuentre dónde se esconden estas siete palabras: «sofa», «dose», «shin», «oral», «eats», «fame», «isle», «loft».
8. Vea dónde se han ocultado «Esau» e «Iva».
9. Encuentre la frase «at sea».
10. Descubra una palabra española, impresa boca abajo.
11. Descubra una palabra que contiene la letra «O», pero una «O» pronunciada como una «W».
12. ¿Qué significa el ojo situado sobre la pirámide, y quién propuso situarlo allí?
13. En un billete de 5$, descubrir «New Jersey» y el número 172.
14. Lanzando al aire un billete de 5$, ¿cuál es la probabilidad de que al caer en el suelo podamos ver la efigie de Lincoln?

Soluciones

El primer problema consistía en plegar por dos veces un billete de dólar y lograr un champiñón. Así se ha hecho en la Figura 105.

Figura 105. Cómo doblar un billete de 1 dólar para obtener un hongo

El segundo problema se refería a la suma del número de serie del billete y su retrógrado. Cuando se suma un número de número par de dígitos con su recíproco, la suma siempre es múltiplo de 11. Y todos los múltiplos de 11 tienen la siguiente propiedad: o bien la suma de los dígitos situados en lugar impar es igual a la suma de los situados en lugar par, o bien las sumas se diferencian en un múltiplo de 11. Tenemos así un procedimiento para discernir el dígito omitido en la suma del número con su retrógrado. Basta, sencillamente, calcular la suma de los dígitos de lugar par, y la suma de los situados en lugar impar, y luego darle a x (el dígito suprimido) un valor que haga la diferencia entre las sumas bien igual a 0, bien igual a un múltiplo de 11. En el ejemplo el espectador dicta 72722 x 17. Aquí las cifras de posición impar suman 17, y las pares, 11. Puesto que x pertenece al grupo par, x habrá de tener un valor que haga subir la suma de 11 a 17. Por consiguiente, x será igual a 6. Si el grupo que contiene a *x* tuviera suma mayor que 17, pongamos por caso, 19, se sumarían 11 a 17, lo que da 28, y después se restan 19, dando así el valor 9 al guarismo desconocido. (También podríamos haber restado 11 al 19, dando 8, y después restarle 8 al 17, llegando igualmente a 9.) Si el conjunto que contiene a *x* da suma menor que la otra, y difiere de ella en más de 11, se suman 11 y se resta. Si las sumas de los grupos par e impar son iguales, el dígito ausente es 0.

He aquí las soluciones a las preguntas cortas.

1. Una palabra que signifique « 1 » aparece nueve veces en un billete de 1$. ¿Se ha dado cuenta de «unum»?
2. La palabra «ten» aparece 13 veces en un billete de 10$. ¿O quizá ha pasado por alto el grupo «ten» en «tender» y «septent»?
3. La fecha 1776 aparece en cifras romanas en la base de la pirámide.
4. La llave se encuentra en el sello verde del anverso del billete.
5. El anagrama de «poetics» es «coeptis» (sobre la pirámide).
6. «Washington» es anagrama de «a night show»
7. «Sofa» aparece en «United States of America»; «dose» está en la frase latina situada al pie de la pirámide; «shin», en «Washington»; «oral» están en «for all debts»; «eats» en «great seal»; «fame» en «of America»; «isle» en «is legal»; y «loft» en «great seal of the».
8. «Esau» se encuentra en «Thesaur» (dentro del sello verde). «Iva» está en «private».
9. «At sea» está en «great seal».
10. La palabra española invertida es «si» (en «This note is... ») y también en otros lugares. Un lector, Scott Brown, descubrió cuatro más: «o», «no», «ni» y «os».
11. «One» contiene una «O» que se pronuncia como una «W».
12. El ojo situado sobre la pirámide es el «ojo de la Providencia». Fue sugerido por Benjamín Franklin para subrayar que la Unión, simbolizada por la pirámide de 13 peldaños, debería siempre encontrarse bajo el ojo atento de Dios.
13. En un billete de 5$ «New Jersey» es el nombre del estado, visible entre las columnas tercera y cuarta, donde se encuentra el Lincoln Memorial Puede ser necesario una lupa para verlo. El número 172 podrá verse en grandes cifras oscuras, entre el follaje que cubre la base del monumento, a la izquierda. El número puede tomarse también como 3172, pero el 3 no está igual de claro que las demás cifras.
14. La probabilidad es 1. En el reverso de un billete de 5$ puede verse la estatua de Lincoln dentro del Lincoln Memorial.